

แบบฝึกทักษะ

คณิตศาสตร์ ม.6

อนุพันธ์สองฟังก์ชัน

Differential

นางสาว นิสิต

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการ

โรงเรียนหาดใหญ่วิทยารับสมบูรณ์บุรี

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 16

คำนำ

แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 รหัสวิชา ค30206 เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จัดทำขึ้นเพื่อเป็นสื่อประกอบการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 รหัสวิชา ค30206 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 551 และหลักสูตรโรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัยสมบูรณ์กุลกันยา โดยได้ยึดเนื้อหาสาระตามสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ และได้ศึกษาค้นคว้าจากตำราหลายเล่ม โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีความรู้ ความเข้าใจมีทักษะในการคิดคำนวณ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน เพื่อเป็นเครื่องมือในการแสวงหาความรู้และสามารถนำความรู้ ความเข้าใจรวมถึงทักษะทางคณิตศาสตร์ ไปใช้ในชีวิตประจำวัน และเป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้นต่อไป แบบฝึกทักษะที่จัดทำขึ้นประกอบด้วยแบบฝึกทักษะ จำนวนชุด ดังนี้

แบบฝึกทักษะชุดที่ 1 เรื่อง ความชันของเส้นโค้ง

แบบฝึกทักษะชุดที่ 2 เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้บทนิยาม

แบบฝึกทักษะชุดที่ 3 เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร

แบบฝึกทักษะชุดที่ 4 เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ

แบบฝึกทักษะชุดที่ 5 เรื่อง อนุพันธ์อันดับสูง

แบบฝึกทักษะชุดที่ 6 เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์

ผู้จัดทำขอขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัยสมบูรณ์กุลกันยา คณะครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัยสมบูรณ์กุลกันยาทุกท่านที่ให้ความรู้ ให้คำปรึกษาในการจัดทำ ขอขอบพระคุณผู้เชี่ยวชาญที่กรุณาตรวจสอบความสอดคล้อง ให้ข้อเสนอแนะ คำแนะนำในการปรับปรุงแก้ไข และขอขอบพระคุณทุกท่านที่ได้นำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ไปทดลองใช้ พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ คำแนะนำจนทำให้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 รหัสวิชา ค30206 เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชันเสร็จสมบูรณ์

สมร บริสุทธิ



สารบัญ

เรื่อง	หน้า
คำนำ	ก
สารบัญ	จ
คำชี้แจงในการใช้แบบฝึก	ค
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน(ก่อนเรียน)	1
แบบฝึกทักษะชุดที่ 1 เรื่อง ความชันของเส้นโค้ง	10
จุดประสงค์การเรียนรู้	11
สาระความรู้	12
แบบฝึกทักษะที่ 1.1	13
แบบฝึกทักษะที่ 1.2	17
แบบทดสอบชุดที่ 1	22
แบบฝึกทักษะชุดที่ 2 เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้บทนิยาม	26
จุดประสงค์การเรียนรู้	27
สาระความรู้	28
แบบฝึกทักษะที่ 2.1	29
แบบฝึกทักษะที่ 2.2	30
แบบฝึกทักษะที่ 2.3	36
แบบทดสอบชุดที่ 2	42
แบบฝึกทักษะชุดที่ 3 เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร	46
จุดประสงค์การเรียนรู้	47
สาระความรู้	48
แบบฝึกทักษะที่ 3.1	49
แบบฝึกทักษะที่ 3.2	50
แบบฝึกทักษะที่ 3.3	51
แบบฝึกทักษะที่ 3.4	56
แบบทดสอบชุดที่ 3	59



สารบัญ(ต่อ)

เรื่อง	หน้า
แบบฝึกทักษะชุดที่ 4 เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ	63
จุดประสงค์การเรียนรู้	64
สาระความรู้	65
แบบฝึกทักษะที่ 4.1	66
แบบฝึกทักษะที่ 4.2	68
แบบทดสอบชุดที่ 4	72
แบบฝึกทักษะชุดที่ 5 เรื่อง อนุพันธ์อันดับสูง	77
จุดประสงค์การเรียนรู้	78
สาระความรู้	79
แบบฝึกทักษะที่ 5.1	80
แบบฝึกทักษะที่ 5.2	82
แบบทดสอบชุดที่ 5	85
แบบฝึกทักษะชุดที่ 6 เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์	89
จุดประสงค์การเรียนรู้	90
สาระความรู้	91
แบบฝึกทักษะที่ 6.1	94
แบบฝึกทักษะที่ 6.2	96
แบบฝึกทักษะที่ 6.3	101
แบบฝึกทักษะที่ 6.4	106
แบบทดสอบชุดที่ 6	111
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน(หลังเรียน)	115
ภาคผนวก	124
เฉลยแบบฝึกทักษะชุดที่ 1 เรื่อง ความชันของเส้นโค้ง	125
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1	126
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.2	130
เฉลยแบบทดสอบชุดที่ 1	135



สารบัญ (ต่อ)

เรื่อง	หน้า
เฉลยแบบฝึกทักษะชุดที่ 2 เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้บทนิยาม.....	136
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2.1	137
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2.2	138
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2.3	147
เฉลยแบบทดสอบชุดที่ 2	153
เฉลยแบบฝึกทักษะชุดที่ 3 เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร.....	154
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.1	155
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.2	156
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.3	157
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.4	163
เฉลยแบบทดสอบชุดที่ 3	166
เฉลยแบบฝึกทักษะชุดที่ 4 เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ	167
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 4.1	168
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 4.2	170
เฉลยแบบทดสอบชุดที่ 4	175
เฉลยแบบฝึกทักษะชุดที่ 5 เรื่อง อนุพันธ์อันดับสูง.....	176
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 5.1	177
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 5.2	179
เฉลยแบบทดสอบชุดที่ 5	182
เฉลยแบบฝึกทักษะชุดที่ 6 เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์	183
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 6.1	184
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 6.2	186
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 6.3	191
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 6.4	196
เฉลยแบบทดสอบชุดที่ 6	201
เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน(ก่อนเรียน-หลังเรียน)	202



บรรณานุกรม203

www.kroobannok.com

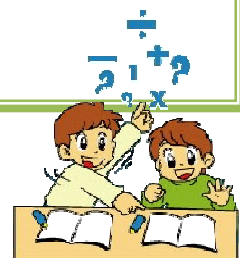
คำชี้แจงการใช้แบบฝึก



แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 รหัสวิชา ค30206

เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัยสมบูรณ์
กุลกันยา อำเภอหาดใหญ่ จังหวัดสงขลา เป็นแบบฝึกทักษะที่สร้างขึ้นเพื่อพัฒนา
จัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 รหัสวิชา ค30206 และให้ผู้เรียนได้พัฒนา
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านความซื่อสัตย์ สุจริต ความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นใน
การทำงาน มีจิตสาธารณะ รวมถึงได้เกิดสมรรถนะที่สำคัญกับผู้เรียน ด้าน
ความสามารถในการสื่อสาร ความสามารถในการคิด ความสามารถในการแก้ปัญหา
เป็นต้น ซึ่งมีลำดับขั้นตอนในการทำแบบฝึกทักษะดังนี้

1. นักเรียนศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ให้เข้าใจ
2. นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (ก่อนเรียน)
3. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะชุดที่ 1 – 6 ตามลำดับ
4. เมื่อทำแบบฝึกทักษะแต่ละชุดเสร็จแล้ว ให้ตรวจคำตอบจากเฉลย ใน
ภาคผนวก
5. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (หลังเรียน)



แบบฝึกทักษะ

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค30206

ชุดที่ 3

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต
โดยใช้สูตร

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ครูสมร บริสุทธิ์

โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาสืบสมบูรณกุลกันยา

จุดประสงค์การเรียนรู้



1. บอกสูตรการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้
2. พิสูจน์สูตรบางสูตรของการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้
3. หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้โดยใช้สูตรได้
4. นำความรู้เรื่องการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้





การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร เป็นการหาอนุพันธ์ที่ไม่ซับซ้อนยุ่งยาก โดยการนำสูตรมาช่วยในการคิดหาค่าอนุพันธ์ ทำให้นักเรียนหาค่าอนุพันธ์ได้ง่ายและรวดเร็วยิ่งขึ้น

สูตรการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต

สูตรที่ 1 ถ้า $f(x) = c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว แล้ว $f'(x) = 0$

สูตรที่ 2 ถ้า $f(x) = x$ แล้ว $f'(x) = 1$

สูตรที่ 3 ถ้า $f(x) = x^n$ เมื่อ n เป็นจำนวนจริงแล้ว $f'(x) = nx^{n-1}$

สูตรที่ 4 ถ้า f และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว

$$(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)$$

สูตรที่ 5 ถ้า f และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว

$$(f-g)'(x) = f'(x) - g'(x)$$

สูตรที่ 6 ถ้า c เป็นค่าคงตัว และ f หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว

$$(cf)'(x) = c(f'(x))$$

สูตรที่ 7 ถ้า f และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว

$$(fg)'(x) = f(x)g'(x) + f'(x)g(x)$$

สูตรที่ 8 ถ้า f และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{g(x) \cdot f'(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}; g(x) \neq 0$$

โจทย์ปัญหาโดยใช้สูตรการหาอนุพันธ์

ความชันของเส้นโค้ง ณ จุด $P(x, y)$ ใด ๆ คือ $f'(x)$



แบบฝึกทักษะที่ 3.1

เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร



คำชี้แจง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อที่ถูกต้อง และทำเครื่องหมาย

X หน้าข้อที่ไม่ถูกต้อง (จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 10 คะแนน)



$$1. f(x) = -8 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 0$$



$$2. f(x) = x^4 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 4x^2$$



$$3. f(x) = x^6 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 6x^5$$



$$4. f(x) = x^{\frac{3}{2}} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$$



$$5. f(x) = x^{-13} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -13x^{12}$$



$$6. f(x) = x^{\frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}$$



$$7. f(x) = x^{\frac{3}{2}} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$$



$$8. f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{x}} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -\frac{1}{5\sqrt[5]{x^6}}$$



$$9. f(x) = \frac{1}{x^5} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{5}{x^4}$$



$$10. f(x) = \sqrt[3]{x} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 3x^2$$

แบบฝึกทักษะที่ 3.2

เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร

คำชี้แจง

ให้นักเรียนหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้ โดยนำพยัญชนะทางขวามือเติมในช่องว่าง
หน้าข้อให้ถูกต้อง (จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

โจทย์

คำตอบ



1. $f(x) = 5x^6$



2. $f(x) = \frac{1}{3}x^5$



3. $f(x) = 2x^2 + 3x - 7$



4. $f(x) = -x^7 + 4x^6 - 3x^2 + 5$



5. $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x^7}$



6. $f(x) = 4x^5 - 3x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}}$



7. $f(x) = \sqrt{x} + 2\sqrt{x}$



8. $f(x) = -5x^3 + x - 2\sqrt{x} + \frac{1}{3\sqrt{x}}$



9. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{x^2}$



10. $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3}$

ก. $f'(x) = 4x + 3$

ข. $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{7}{3}\sqrt[3]{x^4}$

ค. $f'(x) = x^3 - x + 3 - \frac{2}{x^3}$

ง. $f'(x) = 30x^5$

จ. $f'(x) = -15x^2 + 1 - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{6x\sqrt{x}}$

ฉ. $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}}$

ช. $f'(x) = \frac{5}{3}x^4$

ซ. $f'(x) = 20x^4 - 6x - \frac{1}{2\sqrt{x^3}}$

ฌ. $f'(x) = -7x^6 + 24x^5 - 6x$

ญ. $f'(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{6}{x^3} - \frac{6}{x^4}$

แบบฝึกทักษะที่ 3.3

เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร



คำชี้แจง

ให้นักเรียนหาคำตอบต่อไปนี้ โดยการแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

(จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

1. กำหนดให้ $y = 4 + 2x - 3x^2 - 5x^3 - 8x^4 + 9x^5$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ.....

.....

.....

ดังนั้น $\frac{dy}{dx} =$



2. กำหนดให้ $f(x) = \frac{1}{2x^2} + \frac{4}{\sqrt{x}}$ จงหา $f'(x)$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น $f'(x) =$



3. กำหนดให้ $f(x) = (6x^2 + 1)(3x + 5)$ จงหา $f'(x)$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

ดังนั้น $f'(x) =$



4. กำหนดให้ $y = (x^2 + 2x - 5)(x^3 - 1)$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ.....

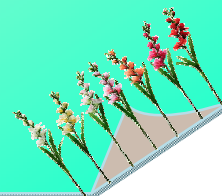
.....

.....

.....

.....

ดังนั้น $\frac{dy}{dx} =$



5. กำหนดให้ $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{3x + 4}$ จงหา $f'(x)$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น $f'(x) =$



6. กำหนดให้ $y = \left(\frac{3x+2}{x}\right)(x^{-5}+1)$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น $\frac{dy}{dx} =$



7. กำหนดให้ $s = \frac{5t^6 + t - 3}{\sqrt{t}}$ จงหา $\frac{ds}{dt}$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น $\frac{ds}{dt} =$



8. กำหนดให้ $s = \frac{2t^2 - 3t + 4}{t^2 - 2t + 3}$ จงหา $\frac{ds}{dt}$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น $\frac{ds}{dt} =$



9. กำหนดให้ $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + x$ จงหา $f'(-1)$

วิธีทำ.....

ดังนั้น $f'(-1) =$



10. กำหนดให้ $f(x) = (x^3 - x)(4x^2 + 1)$ จงหา $f'(-2)$

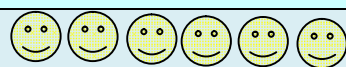
วิธีทำ.....

ดังนั้น $f'(-2) =$



ชื่อ-สกุลเลขที่ชั้น

ตารางบันทึกคะแนน
แบบฝึกทักษะที่ 3.3



คะแนนเต็ม

คะแนนที่ได้

10

แบบฝึกทักษะที่ 3.4

เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร



คำชี้แจง:

ให้นักเรียนหาคำตอบต่อไปนี้ โดยการแสดงวิธีทำอย่างละเอียด
จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

1. จงหาความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง $y = x^3 - 5x + 2$ ที่จุด $(2, 0)$

วิธีทำ.....

ดังนั้น.....

2. จงหาสมการของเส้นตรงซึ่งสัมผัสกับเส้นโค้ง $y = -4x + 2x^2 - 3x^4$

ที่จุด $(1, -5)$

วิธีทำ.....

ดังนั้น.....

3. จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด $(0, 6)$ และขนานกับเส้นสัมผัสเส้นโค้ง

$$y = x^2 - 3x^3 \text{ โดยเส้นสัมผัสกับเส้นโค้งที่จุด } x = 1$$

วิธีทำ.....

ดังนั้น.....

4. จงหาจุดบนเส้นโค้ง $y = 4x - x^4$ โดยเส้นสัมผัสเส้นโค้ง

ขนานกับแกน x

วิธีทำ.....

ดังนั้น.....

5. วัตถุชิ้นหนึ่งเคลื่อนที่ตามสมการ $s = t^4 - 2t^3 + 5t$

เมื่อ s เป็นระยะทางมีหน่วยเป็นเมตร t เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที
จงหาความเร็วของวัตถุนี้ในขณะ $t = 5$ วินาที

วิธีทำ.....

ดังนั้น.....



ชื่อ-สกุลเลขที่ชั้น

ตารางบันทึกคะแนน แบบฝึกทักษะที่ 3.4	
คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
10	

แบบทดสอบชุดที่ 3

วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร

เวลา 30 นาที

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกสูตรการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้
2. พิสูจน์สูตรบางสูตรของการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้
3. หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้โดยใช้สูตรได้
4. นำความรู้เรื่องการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาโจทย์ได้

คำชี้แจง

😊 แบบทดสอบจำนวน 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 10 คะแนน เวลา 30 นาที



😊 ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียวแล้วทำเครื่องหมาย × ให้ตรงกับตัวเลือกในกระดาษคำตอบ

1. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = x^4 - 5x^3 - 2x^2 + 5x - 53$ มีค่าตรงกับข้อใด

ก. $3x^3 - 12x^2 - 2x + 5$

ข. $4x^3 - 15x^2 - 4x + 5$

ค. $3x^4 - 6x^2 - 2x^3 + 4x^2 - 52x$

ง. $4x^4 - 15x^2 - 4x^3 + 5x^2 - 53x$

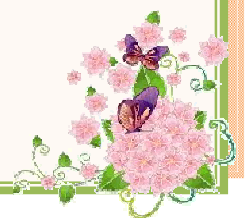
2. ข้อใดคืออนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = 4x^5 + 2x^3 + 3x - 9$

ก. $5x^4 + 3x^2 + 3$

ข. $9x^4 + 5x^2 - 9$

ค. $20x^4 + 5x^2 - 9$

ง. $20x^4 + 6x^2 + 3$



3. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = (4x^3 - 5x)(x^2 + 7)$ เท่ากับข้อใด

- ก. $20x^4 + 57x^2 - 35$
- ข. $13x^4 + 57x^2 + 5x$
- ค. $16x^4 - 11x^2 + 25x + 17$
- ง. $20x^4 + 15x^2 + 11x - 12$

4. กำหนดให้ $y = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$ ค่าของ $\frac{dy}{dx}$ ตรงกับข้อใด

- ก. $\frac{2x}{(x+2)^2}$
- ข. $\frac{x^2}{(x+2)^2}$
- ค. $\frac{x^2 + 1}{(x+2)^2}$
- ง. $\frac{x^2 + 4x + 1}{(x+2)^2}$

5. กำหนดให้ $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5$ ค่าของ $f'(1)$ ตรงกับข้อใด

- ก. 5
- ข. 3
- ค. -3
- ง. -5

6. กำหนดให้ $f(x) = (x-1)(x+2)(x-3)$ ค่าของ $f'(-1)$ ตรงกับข้อใด

- ก. -5
- ข. -4
- ค. 0
- ง. 2



7. กำหนด $s = t(12 - \frac{1}{t^2})$ ค่าของ $\frac{ds}{dt}$ ตรงกับข้อใด เมื่อ $t = 1$

- ก. 8
- ข. 11
- ค. 13
- ง. 16

8. ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง $y = x^2 - 3x + 7$ ที่จุด $(1, 4)$ ตรงกับข้อใด

- ก. -3
- ข. -1
- ค. 1
- ง. 3

9. สมการเส้นตรงที่ผ่านจุด $(2, 3)$ และขนานกับเส้นสัมผัสเส้นโค้ง $y = x^3$ ที่จุด $(1, 1)$

- ก. $3x - y - 3 = 0$
- ข. $3x + y - 3 = 0$
- ค. $x - 3y - 3 = 0$
- ง. $x + 3y - 3 = 0$

10. วัตถุชิ้นหนึ่งเคลื่อนที่ตามสมการ $s = t^2 + 7t - 12$

เมื่อ s เป็นระยะทางมีหน่วยเป็นเมตร t เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที

ความเร็วของวัตถุนี้ในขณะ $t = 5$ วินาที ตรงกับข้อใด

- ก. 10 เมตรต่อวินาที
- ข. 13 เมตรต่อวินาที
- ค. 16 เมตรต่อวินาที
- ง. 17 เมตรต่อวินาที



กระดาษคำตอบ

แบบทดสอบชุดที่ 3 เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่

คำชี้แจง จงทำเครื่องหมาย × ลงในช่องที่เลือกตอบ

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
10	

เฉลย

แบบฝึกทักษะ

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค30206

ชุดที่ 3

**การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต
โดยวิธีสูตร**

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ครูสมร บริสุทธิ์

โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาสัยสมบูรณกุลกันยา

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.1

เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร



คำชี้แจง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อที่ถูกต้อง และทำเครื่องหมาย

✗ หน้าข้อที่ไม่ถูกต้อง (จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 10 คะแนน)



$$1. f(x) = -8 \quad \longrightarrow \quad f'(x) = 0$$



$$2. f(x) = x^4 \quad \longrightarrow \quad f'(x) = 4x^2$$



$$3. f(x) = x^6 \quad \longrightarrow \quad f'(x) = 6x^5$$



$$4. f(x) = x^{\frac{3}{2}} \quad \longrightarrow \quad f'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$$



$$5. f(x) = x^{-13} \quad \longrightarrow \quad f'(x) = -13x^{12}$$



$$6. f(x) = x^{\frac{1}{2}} \quad \longrightarrow \quad f'(x) = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}$$



$$7. f(x) = x^{\frac{3}{2}} \quad \longrightarrow \quad f'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$$



$$8. f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{x}} \quad \longrightarrow \quad f'(x) = -\frac{1}{5\sqrt[5]{x^6}}$$



$$9. f(x) = \frac{1}{x^5} \quad \longrightarrow \quad f'(x) = -\frac{5}{x^4}$$



$$10. f(x) = \sqrt[3]{x} \quad \longrightarrow \quad f'(x) = 3\sqrt[2]{x^2}$$

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.2

เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร

คำชี้แจง

ให้นักเรียนหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้ โดยนำพยัญชนะทางขวามือเติมในช่องว่างหน้าข้อให้ถูกต้อง (จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

โจทย์

คำตอบ

ก

$$1. f(x) = 5x^6$$

$$ก. f'(x) = 4x + 3$$

ข

$$2. f(x) = \frac{1}{3}x^5$$

$$ข. f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{7}{3}\sqrt[3]{x^4}$$

ค

$$3. f(x) = 2x^2 + 3x - 7$$

$$ค. f'(x) = x^3 - x + 3 - \frac{2}{x^3}$$

ง

$$4. f(x) = -x^7 + 4x^6 - 3x^2 + 5$$

$$ง. f'(x) = 30x^5$$

จ

$$5. f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x^7}$$

$$จ. f'(x) = -15x^2 + 1 - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{6x\sqrt{x}}$$

ช

$$6. f(x) = 4x^5 - 3x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$ช. f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}}$$

ฉ

$$7. f(x) = \sqrt{x} + 2\sqrt{x}$$

$$ฉ. f'(x) = \frac{5}{3}x^4$$

ฎ

$$8. f(x) = -5x^3 + x - 2\sqrt{x} + \frac{1}{3\sqrt{x}}$$

$$ฎ. f'(x) = 20x^4 - 6x - \frac{1}{2\sqrt{x^3}}$$

ฏ

$$9. f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{x^2}$$

$$ฏ. f'(x) = -7x^6 + 24x^5 - 6x$$

ณ

$$10. f(x) = \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3}$$

$$ณ. f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{6}{x^3} - \frac{6}{x^4}$$

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.3

เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร



คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบต่อไปนี้ โดยการแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 10 คะแนน

1. กำหนดให้ $y = 4 + 2x - 3x^2 - 5x^3 - 8x^4 + 9x^5$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ จาก $y = 4 + 2x - 3x^2 - 5x^3 - 8x^4 + 9x^5$
จะได้ $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(4 + 2x - 3x^2 - 5x^3 - 8x^4 + 9x^5)$

$$= 2 - 6x - 15x^2 - 32x^3 + 45x^4$$

ดังนั้น $\frac{dy}{dx} = 2 - 6x - 15x^2 - 32x^3 + 45x^4$



2. กำหนดให้ $f(x) = \frac{1}{2x^2} + \frac{4}{\sqrt{x}}$ จงหา $f'(x)$

วิธีทำ จาก $f(x) = \frac{1}{2x^2} + \frac{4}{\sqrt{x}}$

นั่นคือ $f(x) = \frac{1}{2}x^{-2} + 4x^{-\frac{1}{2}}$

จะได้ $f'(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}x^{-2} + 4x^{-\frac{1}{2}}\right)$

$$= \frac{1}{2}(-2)x^{-3} + 4\left(-\frac{1}{2}\right)x^{-\frac{3}{2}}$$

$$= -\frac{1}{x^3} - \frac{2}{x^{\frac{3}{2}}}$$

$$= -\frac{1}{x^3} - \frac{2}{\sqrt{x^3}}$$

ดังนั้น $f'(x) = -\frac{1}{x^3} - \frac{2}{\sqrt{x^3}}$



3. กำหนดให้ $f(x) = (6x^2 + 1)(3x + 5)$ จงหา $f'(x)$

วิธีทำ จาก $f(x) = (6x^2 + 1)(3x + 5)$

$$\text{จะได้ } f'(x) = (6x^2 + 1) \frac{d}{dx}(3x + 5) + (3x + 5) \frac{d}{dx}(6x^2 + 1)$$

$$= (6x^2 + 1)(3) + (3x + 5)(12x)$$

$$= 18x^2 + 3 + 36x^2 + 60x$$

$$= 54x^2 + 60x + 3$$

ดังนั้น $f'(x) = 54x^2 + 60x + 3$

4. กำหนดให้ $y = (x^2 + 2x - 5)(x^3 - 1)$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ จาก $y = (x^2 + 2x - 5)(x^3 - 1)$

$$\text{จะได้ } \frac{dy}{dx} = (x^2 + 2x - 5) \frac{d}{dx}(x^3 - 1) + (x^3 - 1) \frac{d}{dx}(x^2 + 2x - 5)$$

$$= (x^2 + 2x - 5)(3x^2) + (x^3 - 1)(2x + 2)$$

$$= 3x^4 + 6x^3 - 15x^2 + 2x^4 + 2x^3 - 2x - 2$$

$$= 5x^4 + 8x^3 - 15x^2 - 2x - 2$$

$$= 20x^3 + 24x^2 - 30x - 2$$

ดังนั้น $\frac{dy}{dx} = 20x^3 + 24x^2 - 30x - 2$

5. กำหนดให้ $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{3x + 4}$ จงหา $f'(x)$

วิธีทำ จาก $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{3x + 4}$

จะได้ $f'(x) = \frac{d}{dx} \left(\frac{4x^2 - 1}{3x + 4} \right)$

$$= \frac{(3x + 4) \frac{d}{dx} (4x^2 - 1) - (4x^2 - 1) \frac{d}{dx} (3x + 4)}{(3x + 4)^2}$$

$$= \frac{(3x + 4)(8x) - (4x^2 - 1)(3)}{(3x + 4)^2}$$

$$= \frac{24x^2 + 32x - 12x^2 + 3}{(3x + 4)^2}$$

$$= \frac{12x^2 + 32x + 3}{(3x + 4)^2}$$

ดังนั้น $f'(x) = \frac{12x^2 + 32x + 3}{(3x + 4)^2}$



6. กำหนดให้ $y = \left(\frac{3x + 2}{x} \right) (x^{-5} + 1)$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ จาก $y = \left(\frac{3x + 2}{x} \right) (x^{-5} + 1)$

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{3x + 2}{x} \right) \frac{d}{dx} (x^{-5} + 1) + (x^{-5} + 1) \frac{d}{dx} \left(\frac{3x + 2}{x} \right)$$

$$= \left(\frac{3x + 2}{x} \right) (-5x^{-6}) + (x^{-5} + 1) \left[\frac{x \frac{d}{dx} (3x + 2) - (3x + 2) \frac{d}{dx} (x)}{x^2} \right]$$

$$= \left(\frac{-15x^{-5} - 10x^{-6}}{x} \right) + (x^{-5} + 1) \left[\frac{x(3) - (3x + 2)(1)}{x^2} \right]$$

$$= \left(\frac{-15x^{-5} - 10x^{-6}}{x} \right) + (x^{-5} + 1) \left(\frac{-2}{x^2} \right)$$

$$= \left(\frac{-15x^{-5} - 10x^{-6}}{x} \right) + \left(\frac{-2x^{-5} - 2}{x^2} \right)$$

$$= -15x^{-6} - 10x^{-7} - 2x^{-7} - 2x^{-2}$$

ดังนั้น $\frac{dy}{dx} = -\frac{2}{x^2} - \frac{15}{x^6} - \frac{12}{x^7}$



7. กำหนดให้ $s = \frac{5t^6 + t - 3}{\sqrt{t}}$ จงหา $\frac{ds}{dt}$

วิธีทำ จาก $s = \frac{5t^6 + t - 3}{\sqrt{t}}$

$$\text{จะได้ } \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{5t^6 + t - 3}{\sqrt{t}} \right)$$

$$= \frac{(\sqrt{t}) \frac{d}{dx} (5t^6 + t - 3) - (5t^6 + t - 3) \frac{d}{dx} (\sqrt{t})}{(\sqrt{t})^2}$$

$$= \frac{t^{\frac{1}{2}} (30t^5 + 1) - (5t^6 + t - 3) \left(\frac{1}{2} t^{-\frac{1}{2}} \right)}{t}$$

$$= \frac{30t^{\frac{11}{2}} + t^{\frac{1}{2}} - \frac{5}{2} t^{\frac{11}{2}} - \frac{1}{2} t^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} t^{-\frac{1}{2}}}{t}$$

$$= \frac{\frac{55}{2} t^{\frac{11}{2}} + \frac{1}{2} t^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} t^{-\frac{1}{2}}}{t}$$

$$= \frac{55}{2} t^{\frac{9}{2}} + \frac{1}{2} t^{-\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} t^{-\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{55}{2} t^{\frac{9}{2}} + \frac{1}{2t^{\frac{1}{2}}} - \frac{3}{2t^{\frac{3}{2}}}$$

ดังนั้น $\frac{ds}{dt} = \frac{55}{2} t^{\frac{9}{2}} + \frac{1}{2t^{\frac{1}{2}}} - \frac{3}{2t^{\frac{3}{2}}}$



8. กำหนดให้ $s = \frac{2t^2 - 3t + 4}{t^2 - 2t + 3}$ จงหา $\frac{ds}{dt}$

วิธีทำ จาก $s = \frac{2t^2 - 3t + 4}{t^2 - 2t + 3}$

จะได้ $\frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{2t^2 - 3t + 4}{t^2 - 2t + 3} \right)$

$$= \frac{(t^2 - 2t + 3) \frac{d}{dx} (2t^2 - 3t + 4) - (2t^2 - 3t + 4) \frac{d}{dx} (t^2 - 2t + 3)}{(t^2 - 2t + 3)^2}$$

$$= \frac{(t^2 - 2t + 3)(4t - 3) - (2t^2 - 3t + 4)(2t - 2)}{(t^2 - 2t + 3)^2}$$

$$= \frac{4t^3 - 3t^2 - 8t^2 + 6t + 12t - 9 - 4t^3 + 4t^2 + 6t^2 - 6t - 8t + 8}{(t^2 - 2t + 3)^2}$$

$$= \frac{-t^2 + 4t - 1}{(t^2 - 2t + 3)^2}$$

ดังนั้น $\frac{ds}{dt} = \frac{-t^2 + 4t - 1}{(t^2 - 2t + 3)^2}$

9. กำหนดให้ $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + x$ จงหา $f'(-1)$

วิธีทำ จาก $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + x$
จะได้ $f'(x) = \frac{d}{dx}(3x^4 - 2x^3 + x)$

$$= 12x^3 - 6x^2 + 1$$

ดังนั้น $f'(-1) = 12(-1)^3 - 6(-1)^2 + 1$
 $= -17$

10. กำหนดให้ $f(x) = (x^3 - x)(4x^2 + 1)$ จงหา $f'(-2)$

วิธีทำ จาก $f(x) = (x^3 - x)(4x^2 + 1)$
จะได้ $f'(x) = (x^3 - x) \frac{d}{dx}(4x^2 + 1) + (4x^2 + 1) \frac{d}{dx}(x^3 - x)$
 $= (x^3 - x)(8x) + (4x^2 + 1)(3x^2 - 1)$
 $= 8x^4 - 8x^2 + 12x^4 - 4x^2 + 3x^2 - 1$
 $= 20x^4 - 9x^2 - 1$

ดังนั้น $f'(-2) = 20(-2)^4 - 9(-2)^2 - 1$
 $= 283$

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.4

เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร



คำชี้แจง:

ให้นักเรียนหาคำตอบต่อไปนี้ โดยการแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

1. จงหาความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง $y = x^3 - 5x + 2$ ที่จุด $(2, 0)$

วิธีทำ

$$\text{จาก } y = x^3 - 5x + 2$$

$$\text{จะได้ } m = \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 5$$

ความชันของเส้นโค้งที่จุด $P(x, y)$ ใด ๆ คือ $3x^2 - 5$

ดังนั้น ความชันของเส้นโค้งที่จุด $(2, 0)$ คือ $3(2^2) - 5 = 7$

2. จงหาสมการของเส้นตรงซึ่งสัมผัสกับเส้นโค้ง $y = -4x + 2x^2 - 3x^4$ ที่จุด $(1, -5)$

วิธีทำ

$$\text{จาก } y = -4x + 2x^2 - 3x^4$$

$$\text{จะได้ } m = \frac{dy}{dx} = -4 + 4x - 12x^3$$

ความชันของเส้นโค้งที่จุด $P(x, y)$ ใด ๆ คือ $-4 + 4x - 12x^3$

นั่นคือ ความชันของเส้นโค้งที่จุด $(1, -5)$ คือ $-4 + 4(1) - 12(1^3) = -12$

สมการเส้นตรงที่ผ่านจุด (x, y) ใด ๆ คือ $y - y_1 = m(x - x_1)$

สมการเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, -5)$ และมีความชันเท่ากับ -12 คือ

$$y + 5 = -12(x - 1)$$

$$y + 5 = -12x + 12$$

$$12x + y - 7 = 0$$

ดังนั้น สมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด $(1, -5)$ คือ $12x + y - 7 = 0$

3. จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด $(0, 6)$ และขนานกับเส้นสัมผัสเส้นโค้ง

$y = x^2 - 3x^3$ โดยเส้นสัมผัสกับเส้นโค้งที่จุด $x = 1$

วิธีทำ

จาก $y = x^2 - 3x^3$

จะได้ $m = \frac{dy}{dx} = 2x - 9x^2$

ความชันของเส้นโค้งที่จุด $P(x, y)$ ใด ๆ คือ $2x - 9x^2$

นั่นคือ ความชันของเส้นโค้งที่จุด $x = 1$ คือ $2(1) - 9(1) = -7$

สมการเส้นตรงที่ผ่านจุด (x, y) ใด ๆ คือ $y - y_1 = m(x - x_1)$

สมการเส้นตรงที่ขนานกับเส้นสัมผัสเส้นโค้งมีความชันเท่ากับ -7

และผ่านจุด $(0, 6)$

$$y - 6 = -7(x - 0)$$

$$y - 6 = -7x$$

$$7x + y - 6 = 0$$

ดังนั้น สมการเส้นตรงที่ขนานกับเส้นสัมผัสเส้นโค้งคือ $7x + y - 6 = 0$

4. จงหาจุดบนเส้นโค้ง $y = 4x - x^4$ โดยเส้นสัมผัสเส้นโค้ง
ขนานกับแกน x

วิธีทำ จาก $y = 4x - x^4$
จะได้ $\frac{dy}{dx} = 4 - 4x^3$

ความชันของเส้นโค้งที่จุด $P(x, y)$ ใด ๆ คือ $4 - 4x^3$

แต่เส้นสัมผัสเส้นโค้งขนานกับแกน x คือเส้นตรงมีความชันเท่ากับศูนย์

นั่นคือ $4 - 4x^3 = 0$

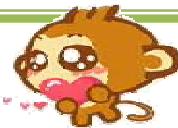
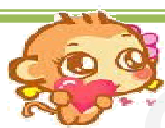
$$x^3 = 1$$

$$x = 1$$

เมื่อ $x = 1$

จะได้ $y = 4(1) - (1^4) = 3$

ดังนั้น จุดบนเส้นโค้งที่เส้นสัมผัสที่จุดนั้นขนานกับแกน x คือจุด $(1, 3)$



5. วัตถุชิ้นหนึ่งเคลื่อนที่ตามสมการ $s = t^4 - 2t^3 + 5t$

เมื่อ s เป็นระยะทางมีหน่วยเป็นเมตร t เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที

จงหาความเร็วของวัตถุนี้ในขณะ $t = 5$ วินาที

วิธีทำ จาก $s = t^4 - 2t^3 + 5t$

จะได้ $v = \frac{ds}{dt} = 4t^3 - 6t^2 + 5$

นั่นคือ ความเร็วของวัตถุในขณะเวลา t ใด ๆ คือ $4t^3 - 6t^2 + 5$

ดังนั้น ความเร็วของวัตถุในขณะเวลา $t = 5$

เท่ากับ $4(5)^3 - 6(5)^2 + 5 = 355$



เฉลยแบบทดสอบ

ชุดที่ 3 เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร

1. ข
2. ง
3. ก
4. ง
5. ค
6. ง
7. ค
8. ข
9. ก
10. ง

เก่งจังเลยครับ



บรรณานุกรม

จักรินทร์ วรรณโพธิ์ กลาง 2554. **ติวเข้มตะลุยโจทย์ (เพิ่มเติม) คณิตศาสตร์ ม.6 คณิตศาสตร์ ม.6**

ภาคเรียนที่ 1- 2. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ พศ. พัฒนา จำกัด

จักรินทร์ วรรณโพธิ์ กลาง 2555. **คู่มือสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.4-6 เล่ม 6.**

กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ พศ. พัฒนา จำกัด

เจริญ ภูภัทรพงศ์ และศรีลัดดา ภูภัทรพงศ์ **คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.6 เล่ม 1.** มปป.

กรุงเทพฯ : ธรรมบัณฑิต.

ชนวัฒน์ (สันติ) สนทราพรพล. มปป. **แบบฝึกทักษะและวิธีคิดเลขเร็ว คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 6**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6. กรุงเทพฯ : ธรรมบัณฑิต.

ศักดิ์สิน แก้วประจบ 2555. **คู่มือหนังสือเสริมรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.4-6 เล่ม 6.**

กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ พีบีซี จำกัด

สมัย เหล่าวานิชย์ และพัชรพร เหล่าวานิชย์ 2537. **คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 6.** กรุงเทพฯ :

ไทเนรมิตกิจ อินเตอร์โปรเกรสซิฟ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. 2548.

คู่มือครูสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ครุสภาลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. 2549.

หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ :

โรงพิมพ์ครุสภาลาดพร้าว.

อเนก หิรัญ. 2539. **คณิตศาสตร์ 015.** กรุงเทพฯ : ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.

Differential